

教学简报

2022年 第4期

总第430期

鲁东大学教务处

二〇二二年三月十日

鲁东大学 课程思政教学典型案例专辑

(二十五)

教务处教学创新与研究科

目 录

1. 《拉格朗日中值定理》课程思政教学设计.....	3
2. 《有机合成》课程思政元素探析.....	11
3. 《导数的概念》课程思政教学设计.....	23
4. 《格林公式》课程思政教学设计.....	32

《拉格朗日中值定理》课程思政教学设计

数学与统计科学学院王秀红

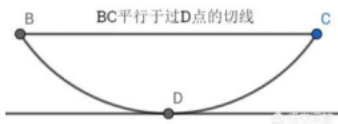
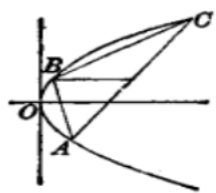
课程思政教学团队：王秀红 樊永红 宋美 崔少燕等

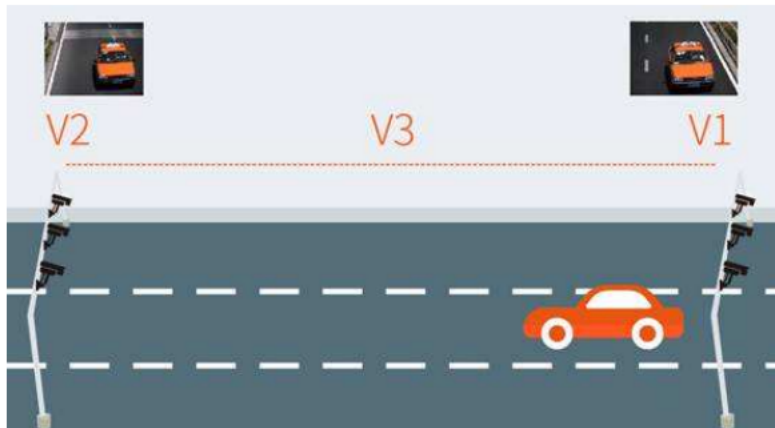
教学内容	拉格朗日中值定理	所属课程	数学分析 1
授课对象	数学与应用数学本科生	授课时长	50 分钟
教学背景	<p>(1) 在初等数学范畴讨论函数的单调性只能使用定义法，通过作差或者作比，比较函数值的大小。进入到高等数学范畴，学习了导数概念之后，我们就可以利用导函数的已知性质推断函数的诸如单调性、凹凸性等一系列性质。微分中值定理（包括罗尔定理、拉格朗日中值定理定理、柯西定理、泰勒定理）正是进行这一讨论的有效工具。本节课在罗尔定理的基础上介绍最重要、应用最广泛的拉格朗日中值定理。</p> <p>(2) 刻在天桥上的拉格朗日中值定理</p> <p>在北京珠市口大街上，有四座过街天桥：两座表现中国文化，两座表现西方文化。最西边的数学桥上写的三个公式中，一个是“万有引力公式”，一个是“相对论公式”，一个就是“拉格朗日中值定理”。足见这个定理的重要性。</p> $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$  <p>(3) 约瑟夫·拉格朗日 (Joseph-Louis Lagrange, 1736-1813)</p>  <p>(约瑟夫·拉格朗日)</p>		

	<p>约瑟夫·拉格朗日:法国著名数学家、物理学家。在数学、力学和天文学三个学科领域都有历史性的贡献。是18世纪最伟大的数学家，拿破仑称他为“数学学科高耸的金字塔”。在我们大学四年所学的多门课程中都有拉格朗日定理和公式。例如：</p> <p>数学分析下册：拉格朗日乘数法</p> <p>抽象代数：拉格朗日定理</p> <p>数论：拉格朗日四平方和定理</p> <p>数值分析：拉格朗日插值公式</p> <p>力学：拉格朗日方程。</p>	
<p style="text-align: center;">教学目标</p>	<p>知识目标：</p> <p>通过求一个几何求面积和物理上运动速度两个例子，了解拉格朗日定理产生的背景，掌握定理的基本内容；</p> <p>借助于几何直观和分析归纳的基本思想，掌握定理的证明思路；</p> <p>掌握定理在微分学领域的作用。</p> <p>能力目标：</p> <p>利用几何观察法，构造辅助函数证明定理，培养学生的数形结合的思想；利用分析法构造辅助函数证明定理培养学生掌握化归的思想。逐步培养学生分析问题、解决问题的能力。</p> <p>德育目标：</p> <p>通过定理的引入，切入马克思主义实事求是的思想方法：理论联系实际，从实际中来，到实际中去；</p> <p>通过定理的两种证明方法，说明解决问题有多种途径，学会多方面观察，达到解决问题的目的；</p> <p>定理把函数在一个区间上整体的改变量和区间内部某一点的函数变化率联系在一起。培养学生处理整体和局部的关系；</p> <p>利用定理解问题要摆够定理的条件，培养学生树立严禁的科学态度；</p> <p>通过科学家拉格朗日的介绍，了解拉格朗日对微积分学科和数学学科的贡献。鼓励学生向科学家学习，增加对定理的兴趣和记忆理解。</p>	
<p style="text-align: center;">重难点分析</p>	<p>重点：定理的内容和证明方法。</p> <p>难点：定理证明方法中辅助函数的构造。</p>	
<p style="text-align: center;">教学手段和教学方法</p>	<p>授课教师黑板教授为主，多媒体展示为辅。</p> <p>问题驱动法、直观演示法、启发式讲授法、讨论法，教师的讲解与学生的探究相结合，辅助学生的练习，同时实时插入数学家成就介绍，融入思政元素，充分调动学生主动性和思考问题的积极性。</p>	
<p style="text-align: center;">思政理念</p>	<p style="text-align: center;">思政素材</p>	<p style="text-align: center;">解读方向</p>

1. 提出问题	任何数学问题都是来源于实际生活问题,这是马克思主义实事求是的思想方法,理论联系实际,从实际中来,到实际中去。
2. 拉格朗日中值定理的证明	采用数形结合和化归的数学思想方法,分别用几何和分析法给出了定理的两种辅助函数构造思路.使得学生明白数学不是数字游戏,里面包含了很多深奥的内容和思想,更重要的是我们要学会去思考,开动脑筋学会举一反三,提高思维能力和创新意识,做知识的主人。
3. 拉格朗日中值定理的意义和应用	交通上的区间测速系统,就是利用拉格朗日中值定理的物理意义:平均速度等于瞬时速度。提醒遵守交通法规,课程中融入社会主义核心价值观的诚信教育。
4. 数学家拉格朗日	数学家的不气馁、积极拼搏的成长历程,优良品质是一种优质的资源,培养学生的人文素养.用数学家的精神激励学生,不浪费青春时光,找对自己努力的方向,并为之奋斗一生。

教学过程

	内容	时间
一、问题引入	<p>引入:</p> <p>例1 (几何问题) 古希腊时代,数学家阿基米德利用了一个结论:过抛物线弓形的顶点的切线必平行于抛物线弓形的底,巧妙的计算出抛物弓形的面积。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>(图1)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(图2)</p> </div> </div> <p>例2 (物理问题) 并不是所有车辆都会在测速区间被测速,这会浪费很大的人力物力。区间测速一般都是采用两点测速。原理就是在某一个路段上布置两个相同的监控点,并且计算汽车通过这两个点的时间,根据时间算出车辆在这段路上的平均速度。“这个平均速度一定等于某一时刻的瞬时速度”,可以据此来判断汽车在这段路上有没有违章。</p>	10 分钟

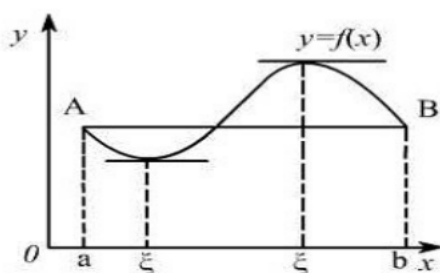


(图 3)

【德育元素】 通过实际问题的引入，说明数学来源于生活，又是为生活服务的。引起学生学习激情。

【分组探究】

复习罗尔定理的内容以及几何意义，如下图



(图 4)

引导学生注意定理要求的 3 个条件和结论。

二、拉格朗日中值定理

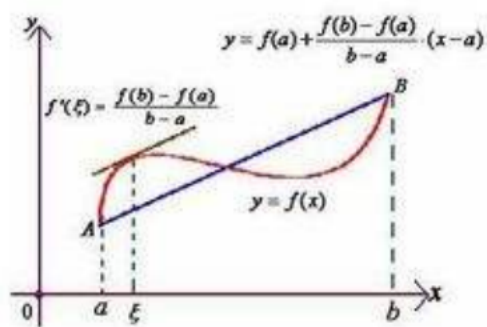
罗尔定理：若函数 $y = f(x)$ 满足

- (1) 在区间 $[a, b]$ 上连续；
- (2) 在 (a, b) 上可导；
- (3) $f(a) = f(b)$ ，

则至少存在一点 $\xi \in (a, b)$ ，使得

$$f'(\xi) = 0。$$

提出问题：如果去掉第 3 个条件，也就是两端点连线 AB 不是一条水平线段，这是更一般的情形，那么在曲线 $y = f(x)$ 上是否仍然至少有一点 $(\xi, f(\xi))$ 处的切线平行于两端点连线 AB 呢？



(图五)

答案是肯定的。给出结论：

若函数 $y = f(x)$ 满足

(1) 在区间 $[a, b]$ 上连续；

(2) 在 (a, b) 上可导，

则至少存在一点 $\xi \in (a, b)$ ，使得

$$f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad (1)$$

-----这就是朗格朗日中值定理。(图五)

当 $f(a) = f(b)$ 时，朗格朗日中值定理就是洛尔定理。所以拉格朗日定理是罗尔定理的推广。

【德育元素】

(1) 引导学生回忆罗尔中值定理的内容和几何意义，通过扭转几何图形，观察图像，利用数形结合思想和从特殊到一般的数学思想方法，归纳得到朗格朗日中值定理。

(2) 定理反映了可导函在闭区间上的整体的平均变化率与区间内某个点的局部变化率的关系。

(3) 用通俗的语言解释就是，在你的人生轨迹中，如果它是连续不间断的，并且可到终点，那么肯定在人生的某个时刻，有一个人，ta 认定了，与你的人生位移同方向，陪你走完这一生。

20 分钟

三、定理的意义

(1) 几何意义：若连续曲线在 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ 两点之间的

	<p>每一点处都有不垂直于横轴的切线, 则曲线在 A, B 间至少存在一点 $P(\xi, f(\xi))$, 使得该曲线在点 $P(\xi, f(\xi))$ 的切线与弦 AB 平行。</p> <p>(2) 运动学意义: 对于曲线运动在任意一个运动过程中至少存在一个时刻的瞬时速率等于这个过程中的平均速率。</p> <p>(3) 定理的别称:</p> <p>令 $a = x, b = x + \Delta x, \xi = a + \theta(b - a) (0 < \theta < 1)$</p> <p>则有 $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = f'(x + \theta\Delta x)\Delta x (0 < \theta < 1)$ (2)</p> <p>我们知道微分 $dy = f'(x)\Delta x$ 是函数增量 Δy 的近似表达式, 一般情况下只有当 Δx 很小的时候 $\Delta y \approx f'(x)\Delta x$。而 (2) 却给出了当自变量 x 取得有限增量 (Δx 不一定很小) 时, 函数增量 Δy 的准确表达式, 这就是该定理的价值所在。所以拉格朗日中值定理也叫有限增量定理。</p> <p>【德育元素】</p> <p>(1) 引例 2 区间测速原理就是利用的“平均速度等于瞬时速度”衡量行车是否超速。教育学生要遵守交通法规, 守诚信。</p> <p>(2) 定理中的中值点 ξ 一般是不需要具体求出来, 只知道有这么一个点存在就可以, 这与文学中的“松下问童子, 言师采药去, 只在此山中, 云深不知处”, 有相通之处。</p>	
<p>四、定理的证明</p>	<p>拉格朗日微分中值定理是微分学应用的桥梁, 研究此定理的证明方法, 正确地理解和掌握它, 是十分必要的。</p> <p>由于罗尔定理是拉格朗日定理的一个特殊情形 $f(a) = f(b)$。所以可以尝试构造辅助函数, 利用向洛尔定理进行化归来实现。</p> <p>证明 1: 几何观察法(图形五) (作差)</p> <p>由于曲线 $y = f(x)$ 和其弦 AB 分别在 $x = a$ 和 $x = b$ 两点处的高度对应相同。通过曲线方程和弦方程的差构造辅助函数。即令</p>	

$$F(x) = f(x) - \left[f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) \right]$$

容易验证 $F(x)$ 满足洛尔定理的三个条件，所以至少存在一点

$$\xi \in (a, b), \text{ 使得 } F'(\xi) = 0, \text{ 即 } f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

证明 2 分析法 (原函数构造法)

$$\text{要使用罗尔定理推出 } f'(\xi) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$$

而 $f'(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 是函数 $f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}x$ 的导函数。所

以构造辅助函数：

$$F(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}x$$

容易它满足罗尔定理的三个条件。

思考：还有其他的辅助函数吗？

【德育元素】从分析和几何的角度构造辅助函数，提示我们在日常的生活和学习中，要善于观察，学会从不同的角度，不同的方法分析问题；在学习中面对困难要借助老师和同学的帮助。

五、拉格朗日

拉格朗日 17 岁时候，他读了英国天文学家哈雷介绍牛顿微积分成就的短文《论分析方法的优点》后，感觉到“分析才是自己最热爱的学科”，从此他迷上了数学分析，开始专攻当时迅速发展的数学分析，18 岁时候，他写了第一篇论文就是我们学过的用二项式定理求函数乘积的高阶导数，他把论文寄给了当时在柏林科学院任职的数学家欧拉，不久后，他获知这一成果半个世纪前就被莱布尼茨取得了。这个并不幸运的开端并未使拉格朗日灰心，相反，更加坚定了他投身数学分析领域的信心。19 岁的时候，在探讨数学难题“等周问题”的过程中，他以欧拉的思路和结果为依据，用纯分析的方法求变分极值，他的以一篇论文“极大值和极小值的方法研究”，发展了欧拉所开创的变分法，变分法的创立使得他称为当时欧洲公认的一流数学家，19 岁就成为都灵皇家炮兵学院的教授和普鲁士科学院通讯院士。

	<p>【德育元素】 数学家的不气馁、积极拼搏的成长历程，是值得我们学习的。鼓励学生大学四年期间不要荒废时间和青春，找对自己的人生方向，并努力拼搏。</p>	
<p>六、教学总结</p>	<p>定理有着广泛的应用，可以用来证明等式，不等式和恒等式；证明方程根的存在性和利用中值定理求极限；证明有关中值问题的结论；研究函数和导数的相关性质。这些应用对于数学分析的研究有着及其重要的作用。</p> <p>例题 1. 证明不等式 $\sin x - \sin y \leq x - y$。</p> <p>例题 2. 证明若 $f'(x) = 0$，则 $f(x) = c$。（c为常量）</p> <p>总结：掌握拉格朗日中值定理的来源及证明所体现的数学思想方法以及几何和物理意义。理解定理的内在价值。</p>	

《有机合成》课程思政元素探析

化学与材料科学学院 刘刚

有机合成课程自开设以来,经历了四个阶段:(1)初创和完善阶段(1997-2003年):为适应不同专业需求进行教学的各项安排并完善。(2)提升和发展阶段(2003-2010年):组建课程团队,打造优质课程,2008年获批鲁东大学优质课程。(3)改革和创新阶段(2010-2014年):紧跟课程改革步伐,打造精品课程,2011年获批山东省高等学校精品课程、校企合作共建课程。(4)智慧教学阶段(2014-至今):引入智慧教学工具,2015年山东省本科高校教学改革研究项目课程、2017年学校与“智慧树网”合作立项混合式教学第一批试点课程、2018年加入山东省高等学校在线开放课程平台(山东联盟)、2021年省级线上线下混合式一流课程。

运用线上线下结合的混合式教学平台模式,以专业课有机合成为模板课程,应用碎片化教学理念,探索利用新教育信息技术改革现有传统课堂教学,使学生充分感受开放课程平台共享的优质课程资源,以适应和掌握依靠课程平台和碎片化的知识学习,为切实推进专业课课堂教学改革、课程思政树立典范,提供经验。

一、课程目标

围绕化学师范类专业认证和制定的化学专业培养方案要求,学习本课程后,应达到课程目标如下:

(1) 培养学生科学严谨的有机合成思维方法,学会灵活运用各类重要类型的有机反应,应用逆合成法对结构较复杂的和多官能团化合物进行有效切断,能够设计出较复杂有机化合物的合成路线,能够判断在切断过程中的合理性,并对合成路线进行优选,对反应的难易性进行判断,最终筛选出合理的合成路线。

(2) 能够熟练运用有机合成化学的基本知识、基本理论和基本操作技能,培养学生综合应用所学知识解决实际问题的能力和有机合成科学思维方式,鼓励学生独自探索未知的学习能力和批判性思维能力,树立绿色化学和可持续发展理念。

二、课程思政元素发掘和实施

1. 关注学生个体差异性,实施精准化教学。学生独立参与或小组合作进行课程教学内容设计、制作、翻转和改进,使线上知识点模块化、精细化,满足学生个体差异化需

求。在教师的引导下，学生根据自身情况，设计差异化学习方案，有效避免“大水漫灌”式教学。

2. 教学内容学科交叉性与大学生创新创业有机融合。针对化学专业培养方案要求，提高学生理论联系实际的能力，在教学内容上强化实践特点，将企业实际生产问题、教师科研问题、学科前沿引入到课堂教学中，增强知识的应用背景，鲜活性凸显，学生接受度、参与度空前提高。同时，为了强化有机合成的工业实践认识，聘请企业家、工程师进课堂，阐述有机合成技术在企业生产中的应用，结合企业发展历程和生产实际问题进一步激发学生创新、创业热情，培养创新意识和积极投身祖国建设的爱国热情。

3. 教学内容前沿性融合价值观教育和思政教育。将每年的化学诺贝尔奖、国家自然科学奖等重大奖项、社会热点问题融入课堂教学，通过对科学家们的科技贡献有效地应用于课堂教学的同时，其科研精神和科研素养、情怀及事迹融入了学生价值观的养成。学生在自主学习中潜移默化受影响、被感动，进而树立正确的社会主义核心价值观，达到学科育人、立德树人的目标。

备课时重点分析探讨了如何将思想政治教育贯穿于《有机合成》课程教学全过程(见表 1)，具体第一次互动见面课融入思政教育的教学设计见表 2。

表 1 有机合成课程思政教学素材挖掘

教学章节	知识点	思政元素案例	思政效果
绪论	抗击新冠肺炎疫情	熔喷布的原料聚丙烯 CT 造影剂“乌洛康钠” 消毒杀菌剂结尔灭 抗病毒药利巴韦林	科技的人文情怀，启发科学兴趣
绪论	精细化学品	靓丽衣服中的染料 清洁用的牙膏、洗面奶 护肤用的水、乳、面霜 食品中的添加剂 生病吃的药物 教室墙上的涂料 书桌上的油漆 中性笔中油墨等等	生活多姿多彩 重视科学技术，但也要合理利用科学技术
绪论	精细化学品生产和开发	绿水青山就是金山银山	生态文明、社会服务，支持国家生态文明建设，牢记初心和使命；树立正确的人生观、价值观和世界观

绪论	化学品开发历史	《梦溪笔谈》《天工开物》	弘扬爱国主义精神； 自然认识规律
绪论	精细有机合成原料	沈括在《梦溪笔谈》中最早提出“石油”一词，距今快1000年	培养爱国主义情操；提高文化自信
绪论	精细有机物质	2015年诺贝尔医学奖获得者屠呦呦开创性的提取分离出青蒿素有效用于疟疾治疗	学习淡泊名利、潜心钻研的科学精神； 培养锲而不舍、攻坚克难的科研态度； 学习协作配合、合理分工的团队意识
绪论	现代有机合成之父	R. B. Woodward	学习科学家的科学精神、培养人文素养和团队合作意识
卤化技术	卤化物性质	卤代烃（含氟制冷剂）对臭氧层的破坏； 杀虫剂 DDT 的禁用； 运动场上的“化学大夫”氯乙烷；	树立生态文明思想；提高对自然世界物质认知能力
卤化技术	卤化物相关化学反应	塑料袋（聚氯乙烯材料） 焚烧产生致癌的二噁英	增强社会责任感和环保意识
磺化反应	磺酸类化合物应用	磺酸类阴离子表面活性剂因其独特双亲结构广泛应用于洗涤去污等人类日常生活	不断认识自然世界，提高对自然世界物质认知能力； 发现或发明更多的有机物质去造福人类
酯化技术	酯类化合物性质	大规模使用的邻苯二甲酯类增塑剂对人体的危害， 幼儿劣质塑料玩具制造	教育形成良好职业素养的重要性； 树立正确的人生观、价值观和世界观
烷基化反应	烷基化剂的选择	LAS（直链烷基苯磺酸钠） 比 BAS（支链烷基苯环酸钠）更容易降解	提高社会责任感和环保意识
还原技术	醛和酮合成方法	我国著名有机合成化学家黄鸣龙与 wolf-kishner-黄鸣龙还原法	提高民族自豪感，增强文化自信； 树立正确的人生观、价值观和世界观
还原技术	醛和酮性质	消除装修材料中甲醛的危害	引导学生对低碳、环保、无污染理念的理解
酰化技术	酰化方法	德国费利克斯·霍夫曼第一个合成阿司匹林，并发明海洛因。	教育形成良好职业素养的重要性； 人生观、价值观教育
氨解技术	氨解方法	瑞士艾伯特·霍夫曼合成毒品（LSD）麦角酸二乙基酰胺，成为毒品恶魔	教育形成良好职业素养的重要性； 人生观、价值观教育
氨解技术	胺类化合物性质	2013年复旦大学投毒案中， 硕士研究生林森浩就是将剧毒物质 N-亚硝基二甲胺注入饮水机槽中，致使	人生观、价值观教育； 拥有良好人际关系的重要性； 心态调整方法； 要明辨是非、 形成良好职业素养

		同寝室室友黄洋中毒身亡	
聚合技术	聚合物性质	塑料袋难降解,在马里亚纳海沟里就发现了塑料袋和糖果包装纸	树立环保和节能减排意识,为绿水青山贡献微薄之力
逆合成法	逆合成分析	Corey 逆合成分析理论:哈佛大学 E. J. Corey 教授创立了由合成目标逆推到合成原料的逻辑方法——逆合成分析理论,并因此被授予 1990 年诺贝尔化学奖实例讲解	思维能力能够在实践中得到训练;科学家要具有缜密的逻辑思维,战略性的判断力和辩证的思维;培养学生的独立的思考、理性的判断习惯和创新意识,提高思维创新能力
导向基团	活化导向	氨基、羟基的引入	逻辑思维激发创造性思维
导向基团	钝化导向	酰胺、酯基的引入	逻辑思维激发创造性思维
官能团的保护	合成中的应用	首次人工全合成结晶牛胰岛素	科研人员敢于开拓、勇于创新、勇于担当,淡泊名利,不辱使命,拼搏奋斗和争创一流科研精神以及勤勤恳恳、潜心钻研、坚韧不拔的工作作风;强烈的民族责任心、高度的国家使命感;激励学生自觉树立把国家和民族的事业作为崇高的理想追求,勇担使命、勇于创新、勇做开拓
综合分析	合成策略	实例讲解和反转	高阶思维形成 学会分析、评价和创新
综合分析	有机合成新技术	世界著名的有机合成事件:2018 年诺贝尔化学奖弗朗西丝-阿诺德发明的酶的定向进化	学习科学家解决实际问题的战略思维意识、敏锐的洞察力以及勇于挑战、勇于探索、潜心钻研的科学精神;培养学生和谐共生的环境意识和绿色发展的理念

表 2 《有机合成》第一次见面课教学设计

授课题目	第一次见面课(有机合成概述)	授课类型	混合式线下课程
授课时间	2021 年 9 月 1 日	学时	1 (50 min)
教学内容分析	有机合成在现代合成工业中具有重要地位,对国民经济和社会发展起着巨大推动作用。本节内容从有机合成产物出发认识有机合成的目的;描述有机合成的发展过程;展示有机合成的现代成就;明确有机合成的任务。本节内容是后续内容的基础,描述了有机合成的来龙去脉,有助于激发对有机合成的学习兴趣和爱国热情,更能深刻认识到有机合成对现代社会的重要意义,积极为投身社会主义建设努力学习。		
教学目标	1. 明确有机合成的任务,指明有机合成的目的,树立目标意识、现身精神。 2. 认识到有机合成路线设计的重要性,感受到科学家们的科学研究成果对社会的巨大		

	<p>贡献，激发其敬业精神和严谨的科学探索精神。</p> <p>3. 接受有机合成在国民经济中的重要地位和作用，追踪有机合成的发展状况与发展趋势，树立绿色化学的理念，增强社会责任感，坚定投身社会主义建设。</p>		
重点与难点	<p>重点：1. 有机合成路线设计的重要性。</p> <p>2. 有机合成的任务和发展趋势。</p>		
学情分析	<p>知识层面：在学习本课程之前，学生已经学习完《有机化学》，具备了有机化学的基础理论知识，熟悉了各种有机化合物的反应。本节课之前，同学们通过观看相应的线上视频，对有机合成有了大概的了解。</p> <p>能力层面：学生具备了一定的自学能力、自主学习能力和对问题的认识能力。但不足的是，对有机化学纷繁复杂的反应原理掌握的不深不透，往往存在模糊意识，因此，在讲到有机反应时，要注意分析反应的要点，引导学生回顾有机反应的原理和机理。</p> <p>素质方面：学生在经历了两年大学生活后，初步具备了公平竞争的意识、拼搏进取的意识、惜时守信的意识，树立了符合社会发展、进步要求的人生观和社会主义核心价值观，德智体美劳全面发展。</p>		
教学设计的指导思想	<p>本节课是本课程的总体概述，目的是要学生形成对有机合成课程的任务、有机合成的研究内容、研究方法和路线设计的整题认识。课程的内容不复杂，不需要学生过多的记忆，因此本课程的指导思想是：</p> <p>让学生在教学过程中唱主角，从一个生产者、设计者的思维角度去认识问题，从合成的源头和合成过程去发现问题，提出应采用的方法和原则。因此，在教学过程中我只是个引领者，指出一个方向，让学生去思考问题的解决办法。由于有线上课程的预先学习，学生在思考问题时有了一定的深度和广度的认识，回答问题时表述可能不规范，但总体可以将其含义总结出来。我的讲授内容是将合成发展过程中的重大发现展示给学生，让学生们体会有机合成的重要意义。引领学生从有机合成产物出发认识有机合成的目的；从有机合成的发展过程体会有机合成的伟大成就，明确有机合成的任务。本节内容是后续内容的基础，了解了有机合成的来龙去脉，有助于激发学生对有机合成的学习兴趣，更能深刻认识到有机合成对现代社会的重要意义。</p>		
教学方法与策略	<p>采取“创设情境—角色转换—问题引领，案例分析—问题讨论—认识升华”的教学策略开展教学，主要采用以下教学方法：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 创设情境法——主要用于引起学生兴趣，引出问题主题。 2. 基于问题的讨论教学法——讨论合成反应的任务和要求。 3. 课程思政——基于诺贝尔获奖科学家的成就融合价值观树立。 		
教学过程			
教学环节与时间分配	教师活动	学生活动	设计意图

<p>创设情境 导入新课 5 min</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>【情景引领】 以生活中的常见药物为例提出问题： 1. 认识新康泰克药物中的主要成分； 2. 学生分析结构并进行表述。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="text-align: center;">  <p>HCl</p> </div> </div> <p>苯环结构、醇结构、胺的结构，胺具有碱性，与盐酸形成盐酸盐，手性碳，氢键等等。</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>认识盐酸伪麻黄碱的结构，小组商讨，代表发言表述结构</p>	<p>选取一种同学熟悉的常用药物，引导学生注意药品的药物成分，从有机化学的角度去思考问题，以便于进一步提出问题，与本节内容建立紧密联系。</p>
<p>角色假设 问题引领 5min</p>	<p>【提出问题】：如果你是药厂生产工程师，不考虑其他因素，仅从生产药品角度出发，你认为生产药物时对合成反应的要求是什么？ 评价学生的回答</p> <p>【引导式讲解】 一、有机合成的目的和要求</p> <p>1. 合成的目的 通过一定的化学反应，由简单的无机物、有机物发生断键，重新组合形成新的价键，制备较复杂的有机化合物。</p> <p>【引导、归纳】</p> <p>2. 合成的要求</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 合成的步骤越少越好； 2) 每步的产率越高越好； 3) 原料越便宜越好； 4) 绿色合成理念。 <p>【疑问】</p> <p>3. 有机合成路线设计的重要性（有多重要？）</p>	<p>根据问题进行个体发言，其他同学补充</p> <p>学生说出三个要求或者更多</p>	<p>让学生从生产者的角度思考有机合成的目的，根据自己的认识提出对合成反应的要求。教师适时进行引导，使学生建立对合成路线的整体认识。同时通过结构描述对有机化合物的结构更加清晰，有助于有机合成路线的设计。 选取同学回答，肯定同学</p>

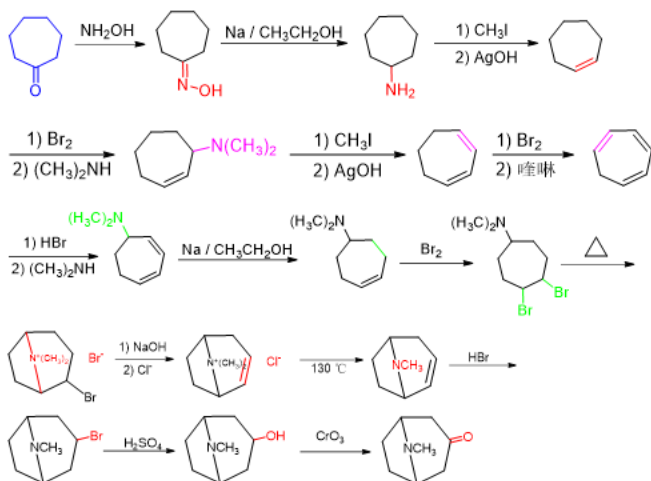
们说的都基本正确，老师总结。

【案例讲解】颠茄酮的合成有两条不同的路线：

(1) 1915年的诺贝尔奖获得者 Willstatter 在 1896 年推出了一条颠茄酮的合成路线。此路线前后经历 21 步之多：



Richard Willstatter (1872 -1942)



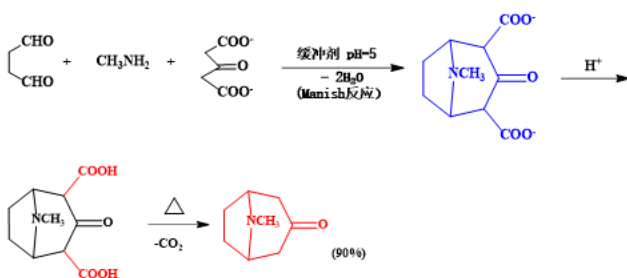
分析案例
深入认识
8 min

这一路线总的收率只有 0.75% 尽管路线中每一步的收率均较高，但由于步骤太多，使总收率大大降低。当然，在 19 世纪末，能够人工合成出这样一个当时认为结构比较复杂的化合物已经是对有机合成的一大贡献了。

(2) 21 年后，Robinson (1947 年获诺贝尔奖) 于 1917 年设计出另一条颠茄酮合成路线，既合理又简捷，仅用了 3 步，总收率达 90%：



Robert Robinson (1886-1975)



第三步即得目标物。由此可见，必须首先要有一个好的思维路线，才能设计出一条好的合成路线。

通过以上两位化学家对经典的颠茄酮的合成，请各小组用 2-3 个关键词总结一下自己的感受！或受到什么启发？

听讲思考



回顾有机化学知识，重新认识该合成过程中的有机化学反应，建立个别反应与系列反应之间的联系。

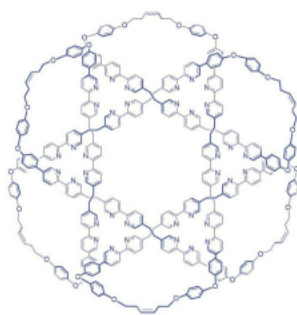
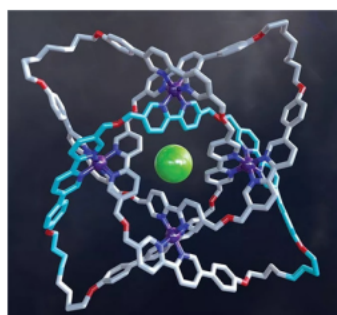
雨课堂
主 观
题，小
组讨论
提交

通过经典的颠茄酮合成路线的发展实例，说明有机合成路线的重要性。使学生将有机反应与有机合成相互衔接，形成统一的认识，并感受科学家们的聪明才智和为科研付出的艰辛。

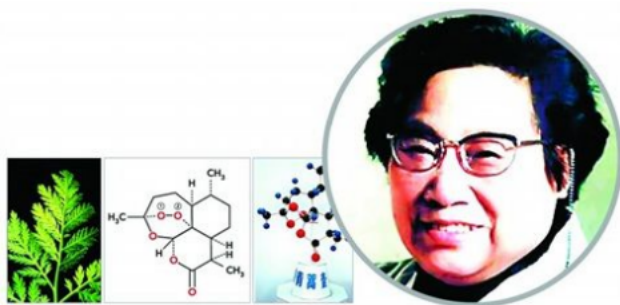
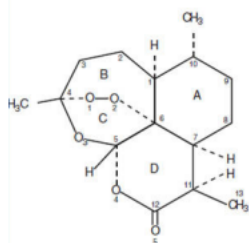
21 年后的合成路线大大缩短了合成步数，极大地提高了产率，降低了成本，通过两者之间的比较，使学生认识到科学的进步对生产力的极大推动作用。

使学生认识到一个好的合成路线的重要性！感受科学家们的

		<p>聪明才智和为科研付出的艰辛。化学家伟大、很难、科学精神、路线设计、佩服、敬仰等等。</p> <p>提升到“策略”、路线设计的重要性!</p>
剩余具体教学过程设计(略)		
<p>小结 3min</p>	<p>总结本节要点, 提出课后学习任务和线上学习任务</p>	<p>听讲记录</p> <p>明确本次课要求和后续学习任务</p>
<p>任务下达交流讨论</p>	<p>【讨论1】绿色合成的十二项原则</p> <p>【讨论2】成为有机合成工程师的前提条件是什么?</p> <p>1. 应熟练掌握单元合成反应</p> <p> 化学反应是合成路线的基础, 合成路线本来就是由一些具体的反应, 按照一定的逻辑思维组合起来的。</p> <p>2. 把握好合成战略</p> <p> 要求把握好合成设计中总的思想方法和技巧, 以及从大量的合成实例中概括提炼出来的结论。</p> <p>好的合成反应的评价标准:</p> <p>(1) 高的反应产率</p> <p>(2) 温和的反应条件</p> <p>(3) 优异的反应选择性, 包括化学选择性、区域选择性和立体选择性等</p> <p>(4) 易于获得的反应起始原料</p> <p>(5) 尽可能是化学计量反应向催化循环反应发展</p> <p>(6) 对环境污染尽量少</p> 	<p>课后讨论交流</p> <p>【认识到有机合成工程师必须具有的基本技能和合成理念。】</p> <p>通过对绿色合成12条原则的进一步阐述, 认识到有机化工中面临的问题以及必须要解决的问题, 树立绿色化学意识。从对一个工程师的最基本要求入手, 提醒学生要熟练掌握有机反应, 并能设计出合理可行的合成路线。而一个好的合成反应有多方面的要求, 不能顾此失彼, 要统筹考虑问题。</p>
<p>课后拓展升华认识</p>	<p>【案例1】查阅资料, 寻找有趣的有机分子</p>	<p>课后查阅资料, 小组交流</p> <p>通过一个有趣的有机分子让学生查阅资料去寻</p>



【案例 2】青蒿素由发现到创造
青蒿素 → 二氢青蒿素 → 蒿甲醚、青蒿琥酯 → ……



找一些有趣的分子，产生对有机合成的学习兴趣。

青蒿素是具有高效抗疟作用的药物，通过查阅文献使学生认识青蒿素发现与创造的历史，并认识到其衍生物的合成意义。

了解青蒿素的发现和创造者对医学的贡献，培养科学的辩证思维方法。屠呦呦等为代表的国内有机科学家的科研事迹，进一步推动立德树人、全面发展的教育理念，加强科学价值与课程内容的联系，激发学生投身科学研究的内在动力及民族自豪感。

教学评价

1. 课堂表现评价

第一次互动见面课-刘刚-课堂情况-2019-12-21 09:37:04										
		签到信息				课堂互动信息			题目信息	题目信息-
学号	姓名	签到方式	签到时间	备注标签	投稿次数	弹幕次数	课程表现	累计得分	总分	
5	201824031 王欣宇	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	2	5	8	13	
6	201824031 汤龙翔	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	1	3	3	6	
7	201824031 化院林海	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	0	3	9	12	
8	201824031 于天娇	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	1	5	3	8	
9	201824031 吴思瑶	扫二维码	2019-12-21 09:41:00		0	4	5	9	14	
10	201824031 高凡	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	5	5	5	14	
11	201824031 化院赵子	扫二维码	2019-12-21 09:43:00		0	0	2	9	11	
12	201824031 王一凡	扫二维码	2019-12-21 09:40:00		0	4	3	8	11	
13	201824031 兰晴晴	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	2	5	8	13	
14	201824031 李学智	扫二维码	2019-12-21 09:43:00		0	3	2	5	7	
15	201824031 郑成志	扫二维码	2019-12-21 09:43:00		0	0	1	8	9	
16	201824031 李树旺	扫二维码	2019-12-21 09:38:00		0	4	4	8	12	
17	201824031 李凯丽	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	2	2	8	10	
18	201824031 任艳君	扫二维码	2019-12-21 09:38:00		0	1	3	8	11	
19	201824031 徐晓玉	扫二维码	2019-12-21 09:38:00		0	1	3	8	11	
20	201824031 贾婷	扫二维码	2019-12-21 09:38:00		0	1	3	8	11	
21	201824031 徐雪萍	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	1	3	3	6	
22	201824031 冯萌萌	扫二维码	2019-12-21 09:43:00		0	5	5	10	15	
23	201824031 程林	扫二维码	2019-12-21 09:37:00		0	1	2	5	7	
24	201824031 于志伟	扫二维码	2019-12-21 09:44:00		0	2	3	10	13	
25	201824031 马圣雯	扫二维码	2019-12-21 09:38:00		0	2	4	8	12	
26	201824031 史红岩	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	4	4	10	14	
27	201824031 李梦楠	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	4	4	10	14	
28	201824031 韩泽男	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	1	3	10	13	
29	201824031 孙文通	扫二维码	2019-12-21 09:39:00		0	1	3	8	11	

2. 线上活动评价

多方位评价促使学生积极学习



3. 答题评价



4. 小组讨论评价

第一次互动见面课-刘刚-课堂情况-2019-12-21 09:37:04		课堂互动信息		题目信息		题目信息-第一次互动见面课-刘刚						
学号	姓名	签到方式	签到时间	备注标签	技能次数	课程表现	累计得分	最终得分	教师打分	互评得分	所在小组名称	第2题 投票题
5	20180403 王欣宇	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	2	5	8	13	8	未批改	第2组(马承安, 孙文强, 李树旺, 李文强, 宋树, 王欣宇)
6	20180403 陈冠雄	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	1	3	3	6	3	未批改	第3组(陈冠雄, 于天桥, 高龙刚, 徐尚尚, 王一帆)
7	20180403 化尚梅	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	0	3	9	12	9	未批改	第4组(吴思琪, 李玉存, 化尚梅, 冯玉, 化尚梅)
8	20180403 于天桥	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	1	5	3	8	3	未批改	第7组(陈冠雄, 于天桥, 高龙刚, 徐尚尚, 王一帆)
9	20180403 吴思琪	扫一扫	2019-12-21 09:41:		0	4	5	9	14	9	未批改	第5组(吴思琪, 李玉存, 化尚梅, 冯玉, 化尚梅)
10	20180403 高凤	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	5	5	5	14	5	未批改	第5组(陈冠雄, 高凤, 高龙刚, 李树旺, 王学智)
11	20180403 化尚梅	扫一扫	2019-12-21 09:43:		0	4	3	9	11	9	未批改	第4组(吴思琪, 李玉存, 化尚梅, 冯玉, 化尚梅)
12	20180403 王一帆	扫一扫	2019-12-21 09:40:		0	0	3	8	11	8	未批改	第1组(张笑寒, 邢成志, 刘博欣, 王一帆, 王一帆)
13	20180403 王瑞刚	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	2	5	8	13	8	未批改	第1组(张笑寒, 邢成志, 刘博欣, 王一帆, 王一帆)
14	20180403 王学智	扫一扫	2019-12-21 09:43:		0	3	2	5	7	5	未批改	第2组(程林, 刘刚, 高凤, 刘博欣, 李树旺, 王学智)
15	20180403 邢成志	扫一扫	2019-12-21 09:43:		0	0	1	8	9	8	未批改	第1组(张笑寒, 邢成志, 刘博欣, 王一帆, 王一帆)
16	20180403 李树旺	扫一扫	2019-12-21 09:38:		0	4	4	8	12	8	未批改	第2组(程林, 刘刚, 高凤, 刘博欣, 李树旺, 王学智)
17	20180403 王瑞刚	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	2	2	8	10	8	未批改	第1组(张笑寒, 邢成志, 刘博欣, 王一帆, 王一帆)
18	20180403 任博欣	扫一扫	2019-12-21 09:38:		0	1	3	8	11	8	未批改	第4组(徐晓玉, 曹欣, 任博欣, 刘博欣, 刘刚)
19	20180403 徐晓玉	扫一扫	2019-12-21 09:38:		0	1	3	8	11	8	未批改	第4组(徐晓玉, 曹欣, 任博欣, 刘博欣, 刘刚)
20	20180403 曹欣	扫一扫	2019-12-21 09:38:		0	1	3	8	11	8	未批改	第4组(徐晓玉, 曹欣, 任博欣, 刘博欣, 刘刚)
21	20180403 徐尚尚	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	1	3	3	6	3	未批改	第7组(陈冠雄, 于天桥, 高龙刚, 徐尚尚, 王一帆)
22	20180403 王学智	扫一扫	2019-12-21 09:43:		0	3	5	10	13	10	未批改	第2组(程林, 刘刚, 高凤, 刘博欣, 李树旺, 王学智)
23	20180403 程林	扫一扫	2019-12-21 09:37:		0	1	2	5	7	5	未批改	第2组(程林, 刘刚, 高凤, 刘博欣, 李树旺, 王学智)
24	20180403 于志伟	扫一扫	2019-12-21 09:44:		0	2	3	10	13	10	未批改	第2组(程林, 刘刚, 高凤, 刘博欣, 李树旺, 王学智)
25	20180403 马承安	扫一扫	2019-12-21 09:38:		0	2	4	8	12	8	未批改	第2组(马承安, 孙文强, 李树旺, 李文强, 宋树, 王欣宇)
26	20180403 文江江	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	4	4	10	14	10	未批改	第2组(于志伟, 曹欣, 任博欣, 王一帆, 王一帆)
27	20180403 李树旺	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	4	4	10	14	10	未批改	第2组(于志伟, 曹欣, 任博欣, 王一帆, 王一帆)
28	20180403 曹欣	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	1	3	10	13	10	未批改	第2组(于志伟, 曹欣, 任博欣, 王一帆, 王一帆)
29	20180403 孙文强	扫一扫	2019-12-21 09:39:		0	1	3	8	11	8	未批改	第3组(马承安, 孙文强, 李树旺, 李文强, 宋树, 王欣宇)

	 <p>5. 课程目标达成自我反馈</p> 		
教学反思	<p>教学设计中, 坚持三个原则:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 教师是学生的引导者, 学生是学习的主体。所以要提前提出学习任务, 并积极引导学生完成学习任务。 2. 提倡协作学习、小组学习。一个问题的解决需要集思广益, 才能提出更全面的方案。 3. 科学的发展离不开创新, 螺旋上升的发展促进了社会的发展和进行。要鼓励学生大胆思维, 向科学家们学习。因此课程内容要丰富新颖, 知识要拓宽, 课后要有相应的拓展学习和讨论交流, 使学生产生学习的动力, 通过学习过程产生获得感。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 师生角色和观念的彻底转变 2. 推动立德树人、全面发展的教育理念 3. 团队与团队、教师与教师之间的合作交流, 	

		拓宽课程学习选择面	
--	--	-----------	--

三、课程改革方向和持续改进

以专业培养方案为引领，进一步提高学生理论与实践的结合能力和化学学科科学思维能力，思政与课堂紧密结合。有机合成新方法、新技术革新迅速，亟需有机合成教学团队与时俱进，拓宽课程学习的选择面，增加科技前沿的教学比例，强化科技文献阅读，激发学生对有机合成研究型实验的兴趣，使学生在课堂内外、线上线下忙起来，培养学生的创新思维和科学探究精神，为充实化学教育教学与科学研究打下坚实的理论基础。

弘扬屠呦呦先生、钟南山院士、陈薇院士、李兰娟院士等为代表的国内外科学家的感人事迹，进一步推动立德树人、全面发展的教育理念，加强科学价值观与课程内容的紧密联系，激发学生投身科学研究的内在动力及民族自豪感，促使学生在情感态度和价值观上得到升华，培养德智体美劳全面发展的社会主义合格建设者和接班人。师生角色和观念转变的彻底性仍需进一步加强。持续推进以 MOOC 为主的线上线下混合式教学，深度融合现代智慧教学工具，剖析数据更精准细化，实时反馈及时引导混合式教学深入，构建全员全课程多方位立体育人新格局。

《导数的概念》课程思政教学设计

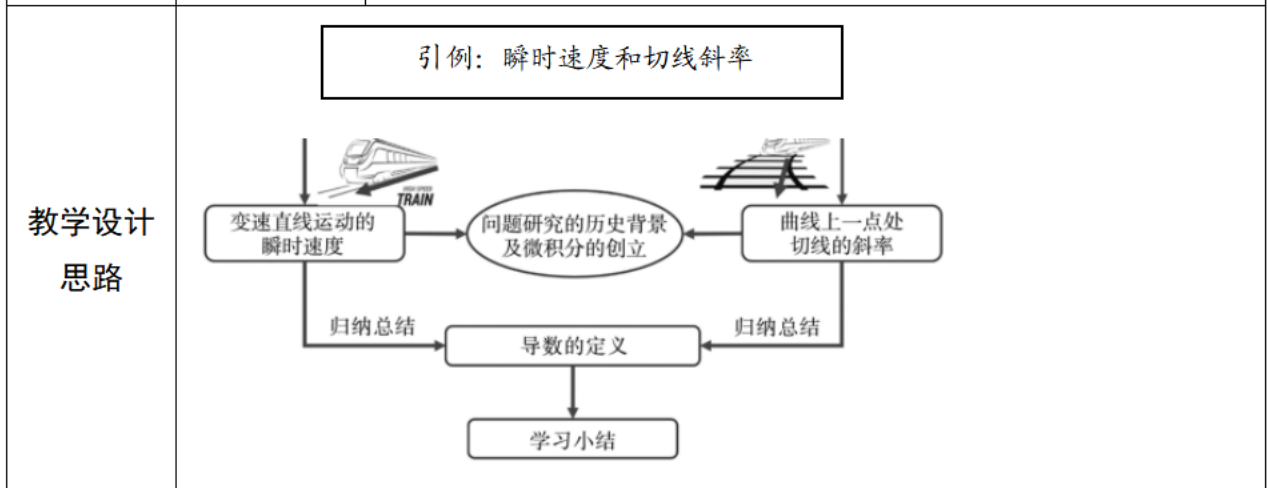
数学与统计科学学院 张丽娟

数学分析课程负责人：王秀红

课程思政教学团队：樊永红 张丽娟 崔少燕等

教学内容	导数的概念	所属课程	数学分析 1
授课对象	数学与应用数学本科生	授课时长	50 分钟
教学背景	《导数的概念》位于第五章导数和微分这部分内容的开头，是学习本章基础。		
教学目标	<p>知识目标：使学生深刻理解导数的概念，并掌握用定义求导的方法。</p> <p>能力目标：通过导数概念的形成过程让学生掌握从具体到抽象，从特殊到一般的思维方法，领悟极限思想和函数思想，提高类比归纳、抽象概括、联系与转化的思维能力。</p> <p>德育目标：通过导数概念的形成过程，揭示量变与质变、运动与静止的辩证唯物主义思想，引导学生提炼蕴藏于教学内容中的马克思主义哲学思想，由量变和质变、运动和静止这两对矛盾在一定条件下的转化，印证对立统一是宇宙的根本规律。</p>		
重难点分析	<p>重点：导数的定义和用定义求导数的方法。</p> <p>难点：对导数概念的理解。</p>		
教学手段和教学方法	<p>授课教师黑板教授为主，多媒体展示为辅。</p> <p>问题驱动法、直观演示法、启发式讲授法、讨论法，教师的讲解与学生的探究相结合，辅助学生的练习，同时实时插入数学史，融入思政元素，充分调动学生主动性和思考问题的积极性。</p>		
思政理念	思政素材	解读方向	
	1. 提出问题：已知运动规律求速度和已知曲线求它的切线	培养学生的系统思维，提出问题——分析问题——解决问题——科学思考——得到最终结论。	
	2. 导数的研究历史	17 世纪下半叶，英国的数学家牛顿为解决运动问题，创立了这种和物理概念直接联系的数学理论，牛顿称之为“流数术”，	

		实际上就是微积分理论. 牛顿用它处理了一些具体的问题, 如求积问题、瞬时速度问题以及函数的极大值和极小值问题等. 同时德国的数学家莱布尼茨是经过研究曲线的切线和曲线包围的面积, 运用分析学方法引进了微积分的概念, 得出了相应的运算法则.
	3. 英国数学家牛顿	牛顿是英国皇家学会会长, 英国著名的物理学家, 百科全书式的“全才”, 著有《自然哲学的数学原理》、《光学》, 他与戈特弗里德·威廉·莱布尼茨分享了发展出微积分学的荣誉.
	4. 德国数学家莱布尼茨	莱布尼茨是德国哲学家、数学家, 是历史上少见的通才, 被誉为十七世纪的亚里士多德. 在数学上, 他和艾萨克·牛顿先后独立发现了微积分, 而且他所使用的微积分的数学符号被更广泛的使用, 莱布尼茨所发明的符号被普遍认为更综合, 适用范围更加广泛.
	5. 辩证的看待导数的概念	导数概念的形成过程, 揭示量变与质变、运动与静止的辩证唯物主义思想, 引导学生提炼蕴藏于教学内容中的马克思主义哲学思想.



教学过程

	内容	时间
一、导数的概念的引入	<p>问题导入:</p> <p>“同学们乘坐高铁的时候, 有没有思考过车厢内部的屏幕上显示的实时车速, 还有火车过弯道时的安全性? 这些都与导数的概念息息相关, 一个是瞬时的速度, 一个是曲线在某一点的切线的斜率。”</p> <p>导数的思想最初是由法国数学家费马为研究极值问题而引入</p>	25 分钟

的，但与导数概念直接相联系的是以下两个问题：已知运动规律求速度和已知曲线求它的切线. 这是由英国数学家牛顿和德国数学家莱布尼茨分别在研究力学和几何学过程中建立起来的.

1. 变速直线运动的瞬时速度问题:

一质点作直线运动，位移和时间 t 的关系为 $s = s(t)$ ，求时刻 $t = t_0$ 的速度.

若质点作匀速直线运动，在 Δt 时间内走过的路程为 Δs ，速度为 $v = \Delta s / \Delta t$ ；

若质点作变速直线运动，设在 t_0 时刻质点的位置为 $s(t_0)$ ， $t_0 + \Delta t$ 时刻质点的位置为 $s(t_0 + \Delta t)$ ，则在 Δt 时间内走过的路程为:

$$\Delta s = s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)$$

从而质点在 Δt 时间内平均速度：
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}$$

特别地，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t} \rightarrow$ 常数 v ，那么 v 必为 t_0

点的瞬时速度，此时，

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}.$$

2. 切线问题

圆的切线可定义为“与曲线只有一个交点的直线”. 但是对于其它曲线，用“与曲线只有一个交点的直线”作为切线的定义就不一定合适. 例如，对于抛物线 $y = x^2$ ，在原点 O 处两个坐标轴都符合上述定义，但实际上只有 x 轴是该抛物线在点 O 处的切线. 下面给出切线的定义.

设有曲线 C 及 C 上的一点 M (图 1)，在点 M 外另取 C 上一点 N ，作割线 MN . 当点 N 沿曲线 C 趋于点 M 时，如果割线 MN 绕点 M 旋转而趋于极限位置 MT ，直线 MT 就称为曲线 C 在点 M 处的切线. 这里极限位置的含义是：只要弦长 $|MN|$ 趋于零， $\angle NMT$ 也趋于零.

现在就曲线 C 为函数 $y = f(x)$ 的图形的情形来讨论切线问题. 设 $M(x_0, y_0)$ 是曲线 C 上的一个点 (图 2), 则 $y_0 = f(x_0)$. 根据上述定义要定出曲线 C 在点 M 处的切线, 只要定出切线的斜率就行了. 为此, 在点 M 外另取 C 上的一点 $N(x, y)$, 于是割线 MN 的斜率为

$$\tan \varphi = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0},$$

其中 φ 为割线 MN 的倾角. 当点 N 沿曲线 C 趋于点 M 时, $x \rightarrow x_0$.

如果当 $x \rightarrow x_0$ 时, 上式的极限存在, 设为 k , 即

$$k = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

存在, 则此极限 k 是割线斜率的极限, 也就是切线的斜率. 这里 $k = \tan \alpha$, 其中 α 是切线 MT 的倾角. 于是, 通过点 $M(x_0, f(x_0))$ 且以 k 为斜率的直线 MT 便是曲线 C 在点 M 处的切线. 事实上, 由 $\angle NMT = \varphi - \alpha$ 以及 $x \rightarrow x_0$ 时 $\varphi \rightarrow \alpha$, 可见 $x \rightarrow x_0$ 时 (这时 $|MN| \rightarrow 0$), $\angle NMT \rightarrow 0$. 因此直线 MT 确为曲线 C 在点 M 处的切线.

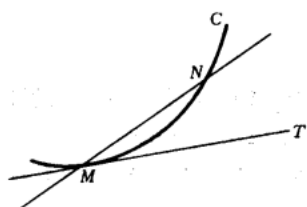


图 1

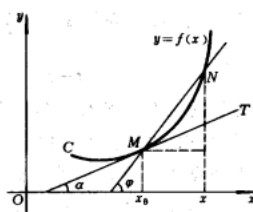


图 2

我们撇开这些量的具体意义, 抓住它们在数量关系上的共性给出导数的概念.

【德育元素】中国高铁是我们向世界递出的一张亮丽的名片, 这样的问题导入不仅能够引起学生的学习兴趣, 还能激发学生想要投身祖国建设的激情。

定义 1. 设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义, 当自变量 x 在 x_0 处取得增量 Δx (点 $x_0 + \Delta x$ 仍在该邻域内) 时, 相应地函数 y 取得增量 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$; 如果 Δy 与 Δx 之比当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时的极限存在, 则称函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 并称这个极限为函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的导数, 记为 $y'|_{x=x_0}$, 即

$$y'|_{x=x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

也可记作 $f'(x_0)$, $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ 或 $\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0}$.

函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导有时也说成 $f(x)$ 在点 x_0 具有导数或导数存在.

注 1. 导数的常见形式还有:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0};$$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h};$$

2. $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 反映的是曲线在 $[x_0, x]$ 上的平均变化率, 而

$f'(x) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ 是在点 x_0 的变化率, 它反映了函数 $y = f(x)$ 随 $x \rightarrow x_0$ 而变化的快慢程度.

3. 这里 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ 与 $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0}$ 中的 $\frac{dy}{dx}$ 与 $\frac{df}{dx}$ 是一个整体记号, 而不能视为分子 dy 或 df 与分母 dx , 待到后面再讨论.

③

4. 若极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 即 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ 不存在, 就称 $y = f(x)$ 在

$x = x_0$ 点不可导. 特别地, 若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \infty$, 也可称 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$

的导数为 ∞ , 因为此时 $y = f(x)$ 在 x_0 点的切线存在, 它是垂直于 x

轴的直线 $x = x_0$.

【德育元素】17 世纪下半叶, 英国的数学家牛顿为解决运动问题, 创立了这种和物理概念直接联系的数学理论, 牛顿称之为“流数术”, 实际上就是微积分理论. 牛顿用它处理了一些具体的问题, 如求积问题、瞬时速度问题以及函数的极大值和极小值问题等. 同时德国的数学家莱布尼茨是经过研究曲线的切线和曲线包围的面积, 运用分析学方法引进了微积分的概念, 得出了相应的运算法则, 从几何方面发现了微积分. 莱布尼茨创立微积分的途径和方法与牛顿不同的, 牛顿在微积分的应用上更多的结合了运动学, 造诣较莱布尼茨高一等, 但莱布尼茨创造的微积分符号却又远远优于牛顿, 即简洁又准确地揭示了微积分的实质, 强有力的促进了微积分的发展. 因此, 牛顿和莱布尼茨都被公认为是微积分的创立者和奠基人.

通过介绍激发学生的学习兴趣, 让学生了解数学发生、发展的相关历史, 提高学生的人文素养.

例1 求 $y = c$ (c 为常数) 的导数

$$\text{解 } y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{c - c}{\Delta x} = 0$$

$$\therefore c' = 0 \quad (\text{常数的导数等于零})$$

例2 求函数 $f(x) = x^n$ 在 $x = a$ 的导数.

$$\text{解 } f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} (x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-1}) = na^{n-1}$$

注 5: 把上面结果中 a 换成 x , 得: $(x^n)' = nx^{n-1}$

一般地 $y = x^\mu$, $(x^\mu)' = \mu x^{\mu-1}$. 例如 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$.

定义 2. $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 的导数 $f'(x_0)$ 就是导函数 $y = f'(x)$ 在 $x = x_0$ 点的值, 不要认为是 $[f(x_0)]'$.

$$\text{左导数: } f'_-(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$\text{右导数: } f'_+(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

定理 1. $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点可导 $\Leftrightarrow f(x)$ 在 $x = x_0$ 点的左、右导数均存在且相等, 即 $f'_-(x_0) = f'_+(x_0)$.

二、函数在一点左右导数的概念以及导函数的概念

若 $y = f(x)$ 在开区间 I 内的每一点处均可导, 就称 $y = f(x)$ 在 I 内可导, 且对 $\forall x \in I$, 均有一导数值 $f'(x)$, 这时就构造了一新的函数, 称之为 $y = f(x)$ 在 I 内的导函数, 记为 $y = f'(x)$, 或 y' ,

$\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$ 等.

事实上,

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

或

$$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

定义 3. 如果函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内可导, 且 $f'_+(a)$ 及 $f'_-(b)$ 都存在, 就说 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上可导.

【自主求解】 本节以极限为基础, 进一步介绍导数的概念, 学生

25 分钟

已经对极限问题有了较为系统的理解，在此基础上，进一步深入理解函数可导的概念以及验证技巧。

【德育元素】



艾萨克·牛顿(1643年1月4日—1727年3月31日)爵士，英国皇家学会会长，英国著名的物理学家，百科全书式的“全才”，著有《自然哲学的数学原理》、《光学》

他在1687年发表的论文《自然定律》里，对万有引力和三大运动定律进行了描述。这些描述奠定了此后三个世纪里物理世界的科学观点，并成为了现代工程学的基础。他通过论证开普勒行星运动定律与他的引力理论间的一致性，展示了地面物体与天体的运动都遵循着相同的自然定律；为太阳中心说提供了强有力的理论支持，并推动了科学革命。

在力学上，牛顿阐明了动量和角动量守恒的原理，提出牛顿运动定律。在光学上，他发明了反射望远镜，并基于对三棱镜将白光发散成可见光谱的观察，发展出了颜色理论。他还系统地表述了冷却定律，并研究了音速。

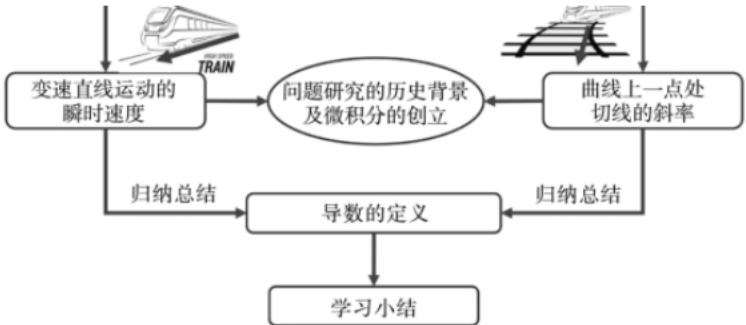
在数学上，牛顿与戈特弗里德·威廉·莱布尼茨分享了发展出微积分学的荣誉。他也证明了广义二项式定理，提出了“牛顿法”以趋近函数的零点，并为幂级数的研究做出了贡献。



戈特弗里德·威廉·莱布尼茨(1646年7月1日—1716年11月14日)，德国哲学家、数学家，是历史上少见的通才，被誉为十七世纪的亚里士多德。

他本人是一名律师，经常往返于各大城镇，他许多的公式都是在颠簸的马车上完成的，他也自称具有男爵的贵族身份。

莱布尼茨在数学史和哲学史上都占有重要地位。在数学上，他和艾萨克·牛顿先后独立发现了微积分，而且他所使用的微积分的数学符号被更广泛的使用，莱布尼茨所发明的符号被普遍认为

	<p>更综合，适用范围更加广泛. 莱布尼茨还发现并完善了二进制.</p> <p>在哲学上，莱布尼茨的乐观主义最为著名;他认为，“我们的宇宙，在某种意义上是上帝所创造的最好的一个”. 他和笛卡尔、巴鲁赫·斯宾诺莎被认为是十七世纪三位最伟大的理性主义哲学家. 莱布尼茨在哲学方面的工作在预见了现代逻辑学和分析哲学诞生的同时，也显然深受经院哲学传统的影响，更多地应用第一性原理或先验定义，而不是实验证据来推导以得到结论.</p> <p>莱布尼茨在政治学、法学、伦理学、神学、哲学、历史学、语言学等诸多方向都留下了著作.</p>	
<p>课堂小结</p>		
<p>教学总结</p>	<p>本节课通过引出两个问题，让同学们探索由平均速度得到瞬时速度，由割线斜率得到切线斜率，从而使得两个问题得到解决，并且归纳抽象出导数的概念，得到了导数的物理意义和几何意义，最后利用导数定义给出了判断函数可导以及计算导数的方法. 整体过程比较顺畅.</p>	

《格林公式》课程思政教学设计


数学与统计科学学院 包贵

数学分析课程负责人：王秀红

课程思政建设团队：宋美 崔少燕 张丽娟 史英英 高荣 邵晶晶

教学内容	格林公式	所属课程	数学分析 3
授课对象	数学与应用数学本科生	授课时长	50 分钟
教学背景	<p>“格林公式”作为多元微积分理论中重要的内容之一，一方面它建立了二重积分与曲线积分之间的桥梁，另一方面也为后面多元微积分的学习做铺垫，它在微积分理论体系中的地位是承上启下的，是学好多元微积分的关键因素；不仅如此，它在物理学的应用也非常广泛，如接地导体问题、静电场内域边值问题等。</p> <p>本节课讲授格林公式，并用格林公式计算曲线积分。前期知识为二重积分、曲线积分相关知识。</p>		
教学目标	<p>知识目标：</p> <ul style="list-style-type: none">(1) 了解格林公式；(2) 会用格林公式计算第二类曲线积分。 <p>能力目标：</p> <ul style="list-style-type: none">(1) 能够理解曲线积分和二重积分相互转化的思想。(2) 培养学生利用格林公式的思想描述和解决实际问题的初步能力。 <p>素质目标：</p> <ul style="list-style-type: none">(1) 培养学生乐于观察、善于分析、勤于动手的习惯；(2) 培养学生的归纳总结能力。 <p>德育目标：</p> <ul style="list-style-type: none">(1) 通过介绍本节出现的数学家格林的生平经历，对数学做出的贡献，鼓励学生励志成才，努力上进。(2) 通过格林公式的重要性，学习数学家对待科学的严谨态度。(3) 通过解决问题，让学生养成科学严谨的求学态度，并使之感受到数学的魅力与价值。(4) 通过抗日武装英雄事迹，激发学生的爱国主义精神。		
重难点分析	<p>重点和难点：格林公式的条件与结论、格林公式的应用。</p>		

教学手段和教学方法	授课教师以黑板教授为主，多媒体展示为辅。 直观演示法，问题驱动法，启发式讲授法，教师的讲解与学生的探究相结合，辅助学生的练习，同时实时插入数学史，融入思政元素，充分调动学生主动性和思考问题的积极性。	
思政理念	思政素材	解读方向
	1. 格林公式的引例	结合生活实际让学生感知教学内容的价值，让学习具有指向性，不仅能激发学生的学习兴趣，还能在挖掘生活数学元素的过程中让学生感受到数学与生活无处不在的联系，培养学生良好的数学思维。
	2. 格林公式的内容	莱布尼茨公式的本质：实现了线与点之间的相互转化，将线积分转化为求端点的值：一元函数在区间上的积分转化为一个“原函数”在区间端点的值。利用格林公式可将平面闭区域上的二重积分转化为其边界曲线上的曲线积分。 培养学生乐于观察、善于分析的习惯，培养学生的归纳总结能力。 培养学生的逻辑思维能力。 引导学生学习科学家的精益求精的严谨的科学态度！
3. 格林公式的应用	(1) 培养学生转化问题的能力。 从数学角度上来说，格林公式建立了二重积分与曲线积分之间的联系。 从物理角度上来说，格林公式建立了整体与边界之间的联系。 从哲学角度上来说，格林公式告诉我们，内部变化一定和表面变化存在某种联系。 (2) 通过介绍数学家格林的生平经历，对数学做出的贡献，鼓励学生励志成才，努力上进。	

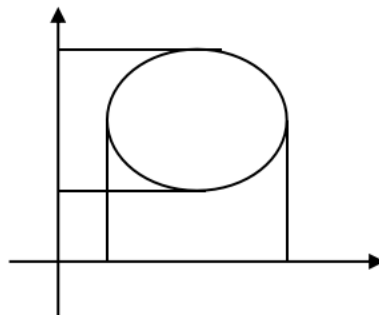
教学过程		
	内容	时间
一、引入	<p>引例：以微山湖上的微山岛为例，每年一到防汛期，市防汛指挥部都会制定防洪应急措施，如果能够估算小岛周边水域的面积，可以为制定应急措施提供科学依据。将特殊问题一般化即为：如何计算生活中很多不规则图像的面积？结合实际背景，学习目的以及学习内容的价值明确了，就可以顺利过度到核心问题的深度探究。</p>  <p>针对提出的问题，根据学生前期课程所学内容的掌握情况来分析，他们针对这一问题很容易想到的答案：面积可以利用定积分的定义来求解，紧接着马上抛出第二个问题：此方法的局限性是什么？水域的边界曲线方程未知时，面积该如何求解？启发学生思考讨论，寻找利用积分求面积的另一种方法：当 $F(x, y) = 1$ 时，$\iint_D F(x, y) dx dy = S_D$。但是，该如何求解是个难题，于是引导学员思考如何将二重积分进行转化。思考我们学过的一个建立点与线之间关系的公式：莱布尼茨公式，具体形式如下</p> $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)。$ <p>莱布尼茨公式的本质：实现了线与点之间的相互转化，将线积分转化为求端点的值：一元函数在区间上的积分转化为一个“原</p>	10 分钟

	<p>函数”在区间端点的值。我们将这种线与点之间的关系推广到二维平面，二元函数在区域上的积分是不是可以转化为一个“原函数”在区域边界上的值？</p> <p>【德育元素】</p> <p>(1) 以实际例子引入课题，培养学生把实际问题抽象成数学问题的能力。激发学生的求知欲，提升学习兴趣。</p> <p>(2) 铁道游击队纪念碑坐落在微山岛上，此碑设计雄伟壮观，真实再现了当年铁道游击队抗击日寇的英勇业迹。使学生进一步了解历史，缅怀英雄，勿忘国耻，激励学生奋发进取。</p>	
<p>二、格林公式及证明</p>	<p>牛顿-莱布尼茨公式实现了线与点之间的相互转化，将线积分转化为求端点的值；利用格林公式可将平面闭区域上的二重积分转化为其边界曲线上的曲线积分。</p> <p>设区域 D 的边界 L 是由一条或几条光滑曲线组成的，边界曲线的正方向规定为：当人沿边界行走时，区域 D 总在他的左边，与上述规定的方向相反的方向称为负方向，记为 $-L$。</p> <p>定理 1 (格林(Green)公式) 若函数 $P(x, y)$ 与 $Q(x, y)$ 在闭区域 D 上连续，且有连续的一阶偏导数，则有</p> $\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma = \oint_L Pdx + Qdy,$ <p>这里 L 为区域 D 的边界曲线，并为正方向。</p> <p>证： 根据区域 D 的不同形状，分三种情形来证明：</p> <p>(i) 若区域 D 既是 x 型区域又是 y 型区域，此时 D 可表示为</p>	<p>10 分钟</p>

$$\varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x), a \leq x \leq b$$

或

$$\psi_1(y) \leq x \leq \psi_2(y), \alpha \leq y \leq \beta$$



这里 $y = \varphi_1(x)$ 和 $y = \varphi_2(x)$ 分别为曲线 $AC\widehat{B}$ 和曲线 $AE\widehat{B}$ 的方程。

而 $x = \psi_1(y)$ 和 $x = \psi_2(y)$ 分别为曲线 $CA\widehat{E}$ 和曲线 $CB\widehat{E}$ 的方程。于

是

$$\begin{aligned} & \iint_D \frac{\partial Q}{\partial x} d\sigma \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} dy \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} \frac{\partial Q}{\partial x} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} Q(\psi_2(y), y) dy - \int_{\alpha}^{\beta} Q(\psi_1(y), y) dy \\ &= \int_{CB\widehat{E}} Q(x, y) dy - \int_{CA\widehat{E}} Q(x, y) dy \\ &= \int_{CB\widehat{E}} Q(x, y) dy + \int_{EA\widehat{C}} Q(x, y) dy = \oint_L Q(x, y) dy. \end{aligned}$$

同理可证得

$$- \iint_D \frac{\partial P}{\partial y} d\sigma = \oint_L P(x, y) dx.$$

将上述两个结果相加，即得

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma = \oint_L P dx + Q dy.$$

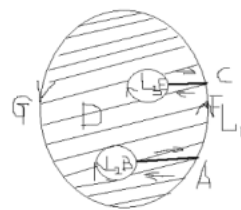
(ii) 若区域 D 是由一条按段光滑的闭曲线围成。则先用几段光滑曲线将 D 分成有限个既是 x 型又是 y 型的子区域，然后逐块按 (i) 得到它们的格林公式，并相加即可。

如图所示，将 D 分成三个既是 x 型又是 y 型的区域

D_1, D_2, D_3 . 于是

$$\begin{aligned} & \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma \\ &= \iint_{D_1} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma + \iint_{D_2} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma + \iint_{D_3} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma \\ &= \oint_{L_1} Pdx + Qdy + \oint_{L_2} Pdx + Qdy + \oint_{L_3} Pdx + Qdy \\ &= \oint_L Pdx + Qdy. \end{aligned}$$

(iii) 若区域 D 由几条封闭曲线围成, 这时可适当添加直线段 AB, CE , 把区域转化为 (ii) 的情形来处理。如图,



此时 D 的边界曲线由 $AB, L_2, BA, AFC, CE, L_3, EC$, 及 CGA 构成。由 (ii) 知

$$\begin{aligned} & \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma \\ &= \left\{ \int_{AB} + \int_{L_2} + \int_{BA} + \int_{AFC} \right. \\ & \quad \left. + \int_{CE} + \int_{L_3} + \int_{EC} + \int_{CGA} \right\} (Pdx + Qdy) \\ &= (\oint_{L_2} + \oint_{L_3} + \oint_{L_1}) (Pdx + Qdy) = \oint_L Pdx + Qdy. \end{aligned}$$

格林公式沟通了沿闭曲线的积分与二重积分之间的联系。

为便于记忆, 格林公式 (1) 也可写成下述形式:

$$\iint_D \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ P & Q \end{vmatrix} d\sigma = \oint_L Pdx + Qdy.$$

注: 格林的一生传奇在于他几乎是自学成才, 他出生在英国诺丁安郡的斯奈顿 (现在为诺丁安城一部分), 年轻



	<p>的乔治只在八至九岁上过一年学校。格林长大后在父亲的风车磨坊工作，父亲于 1829 年逝世后他继承了风车磨坊。从某时候起他自学数学。因为诺丁安所有的知识资源很少，历史学家不清楚他从何得知当时数学发展。1833 年他以四十岁之龄成为本科生。他的学术成就不俗，1837 年毕业后留在剑桥冈维尔与凯斯学院的系内。他在光学、声学、流体力学都有著作。诺丁安大学乔治·格林图书馆是以乔治·格林命名。1986 年，乔治·格林的风车磨坊修复至可以运作。现在用来展示十九世纪的风车磨坊的实际运作，和作为乔治·格林纪念馆和科学中心。</p> <p>【德育元素】</p> <p>(1) 通过介绍乔治·格林的生平经历，对数学做出的贡献，鼓励学生励志成才，努力上进。</p> <p>(2) 培养学生归纳问题和分析解决实际问题的能力。</p>	
<p>三、格林公式的应用</p>	<p>应用格林公式可以简化某些曲线积分的计算。</p> <p>例 1: 计算 $\int_{AB} xdy$，其中曲线 AB 是半径为 r 的圆在第一象限部分。</p> <p>解: 对半径为 r 的四分之一圆域 D，应用格林公式有</p> $-\iint_D d\sigma = \oint_{-L} xdy = \int_{OA} xdy + \int_{AB} xdy + \int_{BO} xdy.$ <p>由于 $\int_{OA} xdy = 0$，$\int_{BO} xdy = 0$，所以</p> $\int_{AB} xdy = -\iint_D d\sigma = -\frac{1}{4}\pi r^2.$ <p>例 2: 计算 $I = \oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$，其中 L 为任一不包含原点的闭区域的边界线。</p> <p>解: 因为 $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$，</p> $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-y}{x^2 + y^2} \right) = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2},$	<p>25 分钟</p>

在上述区域 D 上连续且相等, 于是

$$\iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-y}{x^2 + y^2} \right) \right] d\sigma = 0,$$

所以有格林公式立即可得 $I = 0$ 。

在格林公式中, 令 $P = -y, Q = x$, 则得到一个计算平面区域 D 的面积 S_D 的公式:

$$S_D = \iint_D d\sigma = \frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx。$$

例 3: 计算抛物线 $(x+y)^2 = ax (a > 0)$ 与 x 轴所围的面积。

解: 曲线 $AM\hat{O}$ 由函数 $y = \sqrt{ax} - x, x \in [0, a]$ 表示, $ON\hat{A}$ 为直线 $y = 0$, 于是

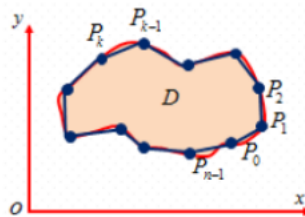
$$\begin{aligned} S_D &= \frac{1}{2} \oint xdy - ydx \\ &= \frac{1}{2} \int_{ON\hat{A}} xdy - ydx + \frac{1}{2} \int_{AM\hat{O}} xdy - ydx \\ &= \frac{1}{2} \int_{AM\hat{O}} xdy - ydx \\ &= \frac{1}{2} \int_a^0 \left[x \left(\frac{a}{2\sqrt{ax}} - 1 \right) - (\sqrt{ax} - x) \right] dx \\ &= \frac{1}{2} \int_a^0 -\frac{1}{2} \sqrt{ax} dx = \frac{\sqrt{a}}{4} \int_0^a \sqrt{x} dx = \frac{1}{6} a^2。 \end{aligned}$$

注 1: 回顾引例中由微山湖微山岛引出的如何计算不规则区域面积问题。令

$$L_1 = \overrightarrow{P_0P_1} \cup \cdots \cup \overrightarrow{P_{n-1}P_n},$$

则有

$$S_D = \iint_D d\sigma = \frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx$$



$$\approx \frac{1}{2} \oint_{L_1} xdy - ydx = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{P_{k-1}P_k} xdy - ydx,$$

即 $S_D \approx \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (x_{k-1}y_k - x_k y_{k-1})$, 代入点的坐标, 即可近似求出所给区域的面积。

注 2: 微山岛历史悠久, 古迹众多。历史遗迹有微子墓、汉代张良墓、春秋目夷墓。微山岛是著名的抗日根据地, 是铁道游击队、微山湖大队、运河支队等革命武装成长的摇篮。坐落在岛上的铁道游击队纪念园被命名为“济宁市爱国主义基地”和“山东省国防教育基地”。



铁道游击队纪念园:铁道游击队纪念碑是为了纪念活跃在微山湖区的铁道游击队于 1996 年 8 月建成的, 此碑坐落在微山岛上, 微子墓的东面, 由山东省著名黑陶艺人仇志海创作, 碑名由已故国家副主席王震题写。铁道游击队纪念碑设计雄伟壮观, 真实再现了当年铁道游击队抗击日寇的英勇业迹。此碑的建成使人们进一步了解历史, 缅怀英雄, 勿忘国耻, 激励人们奋发进取。



【德育元素】

(1)培养学生转化问题的能力。从数学角度上来说，格林公式建立了二重积分与曲线积分之间的联系。唯物辩证法认为世界上一切事物都不是孤立存在的，而是和周围其他事物相互联系着的，整个世界就是一个普遍联系着的有机整体，联系具有普遍性、客观性、多样性、条件性、可变性。唯物辩证法主张用联系的观点看问题，反对形而上学孤立的观点。因此，鼓励学生努力刻苦学习，进而提升自己。

(2)格林公式在物理学中有更广泛的应用。如接地导体问题、静电场内域边值问题等。通过拉格林公式在物理学中的重要作用，激发学生的求知欲和学习兴趣。

(3)通过铁道游击队和微山湖大队、运河支队等抗日武装的英雄事迹，如芦荡飞舟，巧设鱼钩阵，扒火车，炸桥梁等，激发学生的爱国主义精神，鼓励学生努力学习，不要荒废青春岁月。

<p>四、课堂 练习与小 结</p>	<p>思考与练习：在例2中如果L为包含原点的闭区域的边界线，该如何计算该问题？</p> <p>答案提示：用包含原点的圆剔除原点。</p> <p>小结：注意平面闭区域D是单连通区域，由封闭曲线L所围成。</p>	<p>5分钟</p>
<p>教学总结</p>	<p>本节课围绕提出问题、分析解决问题，以问题为导向，以分析为重点，引导学生递进学习。通过本节课的学习，学生了解了格林公式的含义，学会了怎样用格林公式计算曲线积分，在教学过程中，注意课程内容和思政元素有机渗透，引导学生树立正确的人生观和价值观，培养辩证唯物主义的</p>	

	思想，培养严谨的科学态度。使学生主动参与到教学活动中，在活动中获得学习的成就感。
--	--